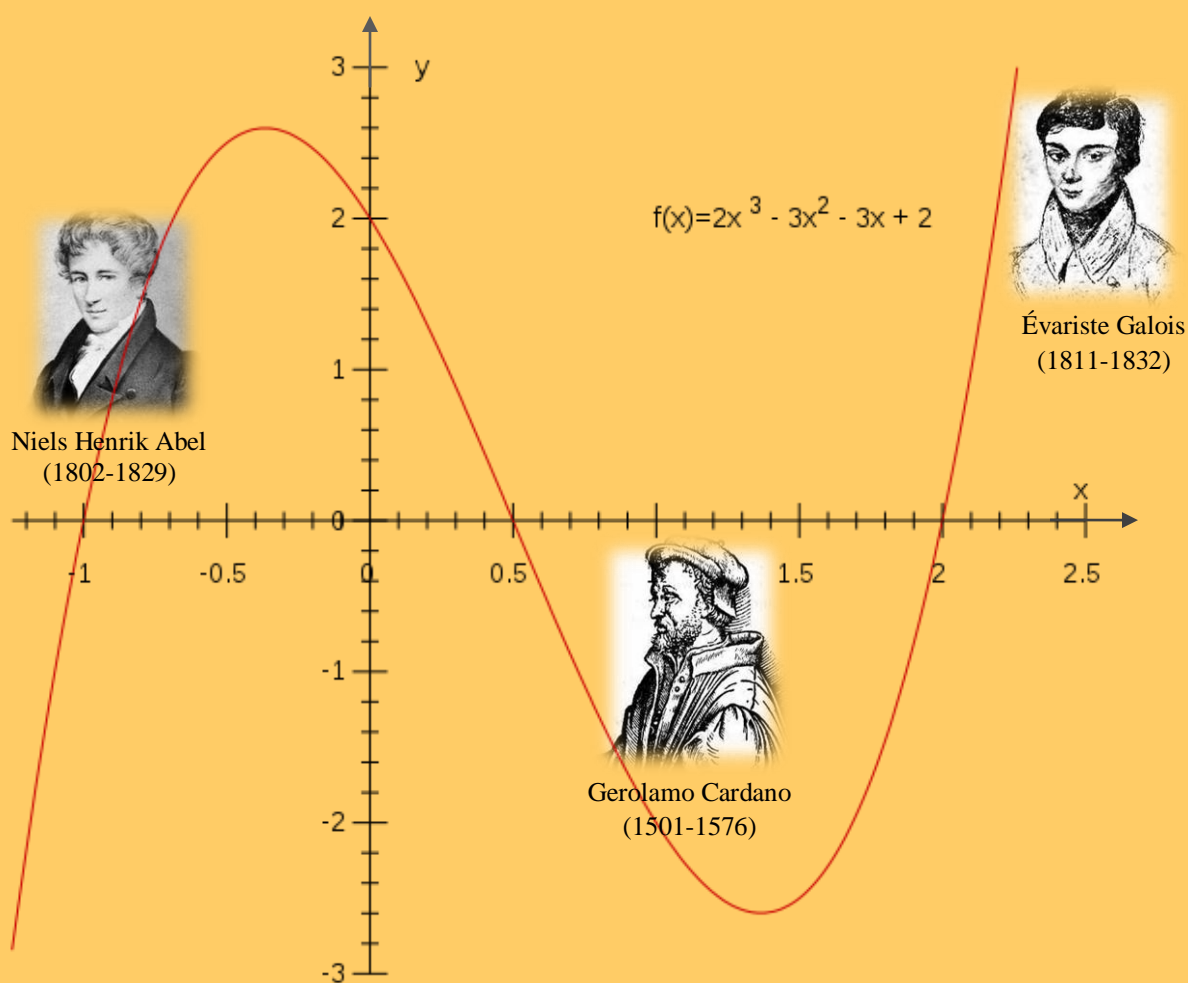


CHUYÊN ĐỀ :

PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH



Diễn đàn MATHSCOPE

PHƯƠNG TRÌNH

HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Chủ biên: Nguyễn Anh Huy

26 - 7 - 2012

Mục lục

Lời nói đầu	6
Các thành viên tham gia chuyên đề	8
1 ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH HỮU TỈ	10
Phương trình bậc ba	10
Phương trình bậc bốn	16
Phương trình dạng phân thức	23
Xây dựng phương trình hữu tỉ	27
Một số phương trình bậc cao	29
2 PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH CÓ THAM SỐ	32
Phương pháp sử dụng đạo hàm	32
Phương pháp dùng định lý Lagrange - Rolle	42
Phương pháp dùng điều kiện cần và đủ	46
Phương pháp ứng dụng hình học giải tích và hình học phẳng	55
Hình học không gian và việc khảo sát hệ phương trình ba ẩn	76
Một số bài phương trình, hệ phương trình có tham số trong các kì thi Olympic . . .	81
3 CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH	93
Phương pháp đặt ẩn phụ	93
Một số cách đặt ẩn phụ cơ bản	93
Đặt ẩn phụ đưa về phương trình tích	94
Đặt ẩn phụ đưa về phương trình đẳng cấp	101
Phương pháp đặt ẩn phụ không hoàn toàn	103
Phương pháp sử dụng hệ số bất định	108
Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình	109
Phương pháp lượng giác hóa	117
Phương pháp biến đổi đẳng thức	121
Phương pháp dùng lượng liên hợp	124
Phương pháp dùng đơn điệu hàm số	138
Phương pháp dùng bất đẳng thức	146
Một số bài toán chọn lọc	154

4	PHƯƠNG TRÌNH MŨ-LOGARIT	158
	Lý thuyết	158
	Phương pháp đặt ẩn phụ	158
	Phương pháp dùng đơn điệu hàm số	166
	Phương pháp biến đổi đẳng thức	170
	Bài tập tổng hợp	173
5	HỆ PHƯƠNG TRÌNH	177
	Các loại hệ cơ bản	177
	Hệ phương trình hoán vị	184
	Phương pháp đặt ẩn phụ trong giải hệ phương trình	206
	Phương pháp biến đổi đẳng thức	213
	Phương pháp dùng đơn điệu hàm số	222
	Phương pháp hệ số bất định	231
	Kĩ thuật đặt ẩn phụ tổng - hiệu	240
	Phương pháp dùng bất đẳng thức	246
	Tổng hợp các bài hệ phương trình	258
	Hệ phương trình hữu tỉ	258
	Hệ phương trình vô tỉ	277
6	SÁNG TẠO PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH	297
	Xây dựng một số phương trình được giải bằng cách đưa về hệ phương trình	297
	Sử dụng công thức lượng giác để sáng tác các phương trình đa thức bậc cao	307
	Sử dụng các hàm lượng giác hyperbolic	310
	Sáng tác một số phương trình đẳng cấp đối với hai biểu thức	312
	Xây dựng phương trình từ các đẳng thức	318
	Xây dựng phương trình từ các hệ đối xứng loại II	321
	Xây dựng phương trình vô tỉ dựa vào tính đơn điệu của hàm số.	324
	Xây dựng phương trình vô tỉ dựa vào các phương trình lượng giác.	328
	Sử dụng căn bậc n của số phức để sáng tác và giải hệ phương trình.	331
	Sử dụng bất đẳng thức lượng giác trong tam giác	338
	Sử dụng hàm ngược để sáng tác một số phương trình, hệ phương trình.	345
	Sáng tác hệ phương trình	349
	Kinh nghiệm giải một số bài hệ phương trình	353
7	Phụ lục 1: GIẢI TOÁN BẰNG PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH	362
8	Phụ lục 2: PHƯƠNG TRÌNH VÀ CÁC NHÀ TOÁN HỌC NỔI TIẾNG	366
	Lịch sử phát triển của phương trình	366
	Có mấy cách giải phương trình bậc hai?	366
	Cuộc thách đố chấn động thế giới toán học	368
	Những vinh quang sau khi đã qua đời	372

Tiểu sử một số nhà toán học nổi tiếng	376
Một cuộc đời trên bia mộ	376
Chỉ vì lề sách quá hẹp!	376
Hai gương mặt trẻ	377
Sống hay chết	378
9 Tài liệu tham khảo	381

Lời nói đầu

Phương trình là một trong những phân môn quan trọng nhất của Đại số vì có những ứng dụng rất lớn trong các ngành khoa học. Sớm được biết đến từ thời xa xưa do nhu cầu tính toán của con người và ngày càng phát triển theo thời gian, đến nay, chỉ xét riêng trong Toán học, lĩnh vực phương trình đã có những cải tiến đáng kể, cả về hình thức (phương trình hữu tỉ, phương trình vô tỉ, phương trình mũ - logarit) và đối tượng (phương trình hàm, phương trình sai phân, phương trình đạo hàm riêng, ...)

Còn ở Việt Nam, phương trình, từ năm lớp 8, đã là một dạng toán quen thuộc và được yêu thích bởi nhiều bạn học sinh. Lên đến bậc THPT, với sự hỗ trợ của các công cụ giải tích và hình học, những bài toán phương trình - hệ phương trình ngày càng được trau chuốt, trở thành nét đẹp của Toán học và một phần không thể thiếu trong các kì thi Học sinh giỏi, thi Đại học.

Đã có rất nhiều bài viết về phương trình - hệ phương trình, nhưng chưa thể đề cập một cách toàn diện về những phương pháp giải và sáng tạo phương trình. Nhận thấy nhu cầu có một tài liệu đầy đủ về hình thức và nội dung cho cả hệ chuyên và không chuyên, Diễn đàn MathScope đã tiến hành biên soạn quyển sách Chuyên đề phương trình - hệ phương trình mà chúng tôi hân hạnh giới thiệu đến các thầy cô giáo và các bạn học sinh.

Quyển sách này gồm 6 chương, với các nội dung như sau:

* **Chương I: Đại cương về phương hữu tỉ** cung cấp một số cách giải tổng quát phương trình bậc ba và bốn, ngoài ra còn đề cập đến phương trình phân thức và những cách xây dựng phương trình hữu tỉ.

* **Chương II: Phương trình, hệ phương trình có tham số** đề cập đến các phương pháp giải và biện luận bài toán có tham số, cũng như một số bài toán thường gặp trong các kì thi Học sinh giỏi.

* **Chương III: Các phương pháp giải phương trình** chủ yếu tổng hợp những phương pháp quen thuộc như bất đẳng thức, lượng liên hợp, hàm số đơn điệu, ... với nhiều bài toán mở rộng nhằm giúp bạn đọc có cách nhìn tổng quan về phương trình.

Chương này không đề cập đến Phương trình lượng giác, vì vấn đề này đã có trong chuyên đề Lượng giác của Diễn đàn.

* **Chương IV: Phương trình mũ – logarit** đưa ra một số dạng bài tập ứng dụng của hàm số logarit, với nhiều phương pháp biến đổi đa dạng như đặt ẩn phụ, dùng đẳng thức, hàm đơn điệu, ...

* **Chương V: Hệ phương trình** là phần trọng tâm của chuyên đề. Nội dung của chương

bao gồm một số phương pháp giải hệ phương trình và tổng hợp các bài hệ phương trình hay trong những kì thi học sinh giỏi trong nước cũng như quốc tế.

※ **Chương VI:** Sáng tạo phương trình - hệ phương trình đưa ra những cách xây dựng một bài hay và khó từ những phương trình đơn giản bằng các công cụ mới như số phức, hàm hyperbolic, hàm đơn điệu, ...

Ngoài ra còn có hai phần Phụ lục cung cấp thông tin ứng dụng phương trình, hệ phương trình trong giải toán và về lịch sử phát triển của phương trình.

Chúng tôi xin ngỏ lời cảm ơn tới những thành viên của Diễn đàn đã chung tay xây dựng chuyên đề. Đặc biệt xin chân thành cảm ơn thầy Châu Ngọc Hùng, thầy Nguyễn Trường Sơn, anh Hoàng Minh Quân, anh Lê Phúc Lữ, anh Phan Đức Minh vì đã hỗ trợ và đóng góp những ý kiến quý giá cho chuyên đề, bạn Nguyễn Trường Thành vì đã giúp ban biên tập kiểm tra các bài viết để có một tuyển tập hoàn chỉnh.

Niềm hi vọng duy nhất của những người làm chuyên đề là bạn đọc sẽ tìm thấy nhiều điều bổ ích và tình yêu toán học thông qua quyển sách này. Chúng tôi xin đón nhận và hoan nghênh mọi ý kiến xây dựng của bạn đọc để chuyên đề được hoàn thiện hơn. Mọi góp ý xin vui lòng chuyển đến anhhuyl0706@gmail.com

Thành phố Hồ Chí Minh, ngày 11 tháng 7 năm 2012

Thay mặt nhóm biên soạn
Nguyễn Anh Huy

Các thành viên tham gia chuyên đề

Để hoàn thành được các nội dung trên, chính là nhờ sự cố gắng nỗ lực của các thành viên của diễn đàn đã tham gia xây dựng chuyên đề:

- Chủ biên: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM)
- Phụ trách chuyên đề: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM), Nguyễn An Vĩnh Phúc (TN Phổ thông Năng khiếu- TP HCM)
- Đại cương về phương trình hữu tỉ: Huỳnh Phước Trường (THPT Nguyễn Thượng Hiền – TP HCM), Phạm Tiến Kha (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM)
- Phương trình, hệ phương trình có tham số: thầy Nguyễn Trường Sơn (THPT Yên Mô A – Ninh Bình), Vũ Trọng Hải (12A6 THPT Thái Phiên - Hải Phòng), Đinh Võ Bảo Châu (THPT chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu), Hoàng Bá Minh (12A6 THPT chuyên Trần Đại Nghĩa - TP HCM), Nguyễn Hoàng Nam (THPT Phước Thiện - Đồng Nai), Ong Thế Phương (11 Toán THPT chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai)
- Phương pháp đặt ẩn phụ: thầy Mai Ngọc Thi (THPT Hùng Vương - Bình Phước), thầy Nguyễn Anh Tuấn (THPT Lê Quảng Chí -Hà Tĩnh), Trần Trí Quốc (11TL8 THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên), Hồ Đức Khánh (10CT THPT chuyên Quảng Bình), Đoàn Thế Hòa (10A7 THPT Long Khánh - Đồng Nai)
- Phương pháp dùng lượng liên hợp: Ninh Văn Tú (THPT chuyên Trần Đại Nghĩa - TPHCM) , Đinh Võ Bảo Châu (THPT - chuyên Lê Quý Đôn, Vũng Tàu), Đoàn Thế Hòa (THPT Long Khánh - Đồng Nai)
- Phương pháp dùng bất đẳng thức: Nguyễn An Vĩnh Phúc (TN Phổ thông Năng khiếu- TP HCM), Phan Minh Nhật, Lê Hoàng Đức (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM), Đặng Hoàng Phi Long (10A10 THPT Kim Liên – Hà Nội), Nguyễn Văn Bình (11A5 THPT Trần Quốc Tuấn - Quảng Ngãi),
- Phương pháp dùng đơn điệu: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM), Hoàng Kim Quân (THPT Hồng Thái – Hà Nội), Đặng Hoàng Phi Long (10A10 THPT Kim Liên – Hà Nội)
- Phương trình mũ – logarit: Võ Anh Khoa, Nguyễn Thanh Hoài (Đại học KHTN- TP HCM), Nguyễn Ngọc Duy (11 Toán THPT chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai)
- Các loại hệ cơ bản: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong - TP HCM)

-
- Hệ phương trình hoán vị: thầy Nguyễn Trường Sơn (THPT Yên Mô A – Ninh Bình), Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong TP HCM), Nguyễn Đình Hoàng (10A10 THPT Kim Liên - Hà Nội)
 - Phương pháp biến đổi đẳng thức: Nguyễn Đình Hoàng (10A10 THPT Kim Liên - Hà Nội), Trần Văn Lâm (THPT Lê Hồng Phong - Thái Nguyên), Nguyễn Đức Huỳnh (11 Toán THPT Nguyễn Thị Minh Khai - TP HCM)
 - Phương pháp hệ số bất định: Lê Phúc Lữ (Đại học FPT – TP HCM), Nguyễn Anh Huy, Phan Minh Nhật (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong TP HCM)
 - Phương pháp đặt ẩn phụ tổng - hiệu: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong TP HCM)
 - Tổng hợp các bài hệ phương trình: Nguyễn Anh Huy (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong TP HCM), Nguyễn Thành Thi (THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp), Trần Minh Đức (T1K21 THPT chuyên Hà Tĩnh – Hà Tĩnh), Võ Hữu Thắng (11 Toán THPT Nguyễn Thị Minh Khai – TP HCM)
 - Sáng tạo phương trình: thầy Nguyễn Tài Chung (THPT chuyên Hùng Vương – Gia Lai), thầy Nguyễn Tất Thu (THPT Lê Hồng Phong - Đồng Nai), Nguyễn Lê Thuỳ Linh (10CT THPT chuyên Lê Hồng Phong – TP HCM)
 - Giải toán bằng cách lập phương trình: Nguyễn An Vĩnh Phúc (TN Phổ thông Năng khiếu-TP HCM)
 - Lịch sử phát triển của phương trình: Nguyễn An Vĩnh Phúc (TN Phổ thông Năng khiếu-TP HCM), Nguyễn Hoàng Nam (THPT Phước Thiện - Đồng Nai)